

EL CURRÍCULO DEL NÚMERO EN EDUCACIÓN INFANTIL. UN ANÁLISIS DESDE UNA PERSPECTIVA INTERNACIONAL

Ángel Alsina

En este artículo se realiza un análisis de las orientaciones internacionales sobre la enseñanza del número en general y la adquisición del sentido numérico en particular, durante la etapa de educación infantil. Estas orientaciones sirven de base para analizar el currículo nacional y ofrecer algunos andamios para avanzar hacia el desarrollo del pensamiento numérico en las primeras edades. Se concluye que es necesario centrar las prácticas docentes en la comprensión del número, en las distintas representaciones de este (evitando la insistencia en la enseñanza de la notación convencional) y en el significado de las operaciones elementales.

Términos clave: Currículo; Educación infantil; Número; Pensamiento numérico; Sentido numérico

The Number Curriculum in Early Childhood Education. An Analysis from an International Perspective

This article carries out an analysis of international guidelines on teaching numbers in general and the acquisition of number sense particularly, during Early Childhood Education. These guidelines provide a basis for analysing the national curriculum and for offering some scaffolding to contribute towards the development of numerical thinking in early ages. The study concludes that teaching practice needs to be centred on understanding numbers, on different representations of them (avoiding the insistence on teaching conventional notation) and on the meaning of basic operations.

Keywords: Curriculum; Early childhood education; Numbers; Number sense; Numerical thinking

Según los planteamientos del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (*National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM], 2003), el estándar de contenidos denominado Números es el que tiene mayor importancia en la

Alsina, A. (2016). El currículo del número en educación infantil. Un análisis desde una perspectiva internacional. *PNA*, 10(3), 135-160.

etapa de educación infantil. De forma más concreta, tal y como muestra la figura 1, se considera fundamental el trabajo de este bloque de contenidos desde el nivel *Pre-kindergarten* hasta el Nivel 2 (de los 3 hasta los 8 años), recibiendo menos atención en la etapa 9-12 (de los 15 a los 18 años) (NCTM 2003, p. 32).

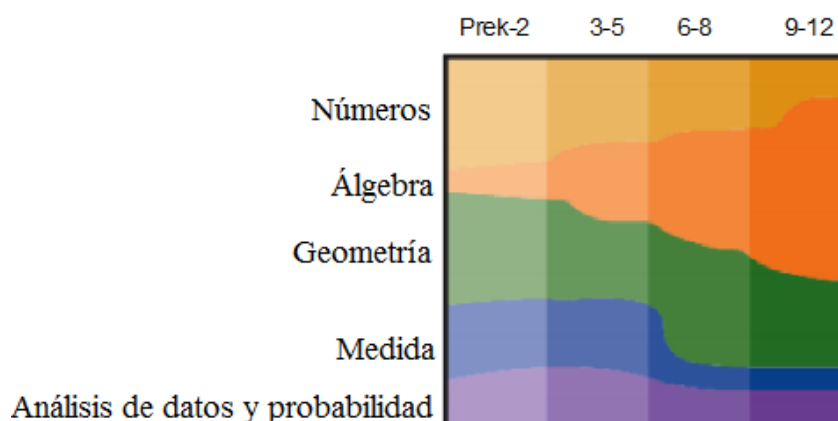


Figura 1. Nivel de atención para los diferentes estándares de contenidos

No es de extrañar pues, que la enseñanza de la numeración en educación infantil tenga ya una tradición consolidada, por lo menos en los países en los que esta etapa se considera más educativa que asistencial o, dicho en otras palabras, más escolar que pre-escolar.

Sin embargo, las prácticas sobre la enseñanza del número en las primeras edades son muy heterogéneas, y van desde la insistencia en la enseñanza de la notación convencional hasta la adquisición del sentido numérico, que en este trabajo se concibe como un sentido intuitivo para los números y sus diversos usos e interpretaciones, para apreciar diversos niveles de precisión al manejar los números, para localizar errores aritméticos, para estimar y/o poder discriminar diversas estrategias para calcular eficazmente y para escoger modelos numéricos (Almeida, Bruno y Perdomo, 2014; Reys y Yang, 1998; Yang, Reys y Reys, 2009). Así pues, el sentido numérico se asocia a la comprensión y el uso de los conocimientos numéricos.

Lamentablemente, son todavía muchos los casos de profesorado de las primeras edades que asocian erróneamente el aprendizaje del número con escribir números, por lo que invierten la mayor parte del tiempo en actividades centradas en reseguir el trazo de números, dibujar números, etc. a partir de un método de enseñanza muy centrado en el enfoque de destrezas (Baroody, 2003).

A grandes rasgos, el enfoque de destrezas se caracteriza por la memorización de las destrezas básicas mediante la repetición. De acuerdo con De Castro (2007), se considera que los alumnos son incapaces de comprender la mayor parte de los conocimientos matemáticos, por lo que la forma más eficiente de enseñar consiste en la enseñanza directa de procedimientos, seguida de gran cantidad de práctica. Como puede apreciarse en la figura 2, la enseñanza y la práctica suelen hacer poca referencia al contexto y suelen tener una alta carga simbólica (abstracta). Las actividades no tienen

un sentido (un porqué) claro para los alumnos, no suelen estar basadas en sus intereses, no suponen una actividad genuinamente matemática, y no resultan significativas.

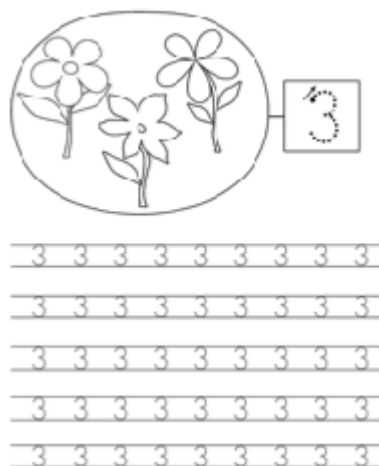


Figura 2. Ejemplo de ficha para reseguir el trazo del número 3

Lacasta y Wilhemi (2008) añaden que en estas prácticas docentes, focalizadas en el uso de fichas, los alumnos reciben una tarea matemática individual igual para todos. Esta tarea la tienen que elaborar durante un tiempo limitado por el maestro, surgen pocas preguntas por parte del alumno ya que el maestro previamente ha modelado cómo realizar la tarea y ha dado informaciones e instrucciones muy precisas de cómo llevarla a cabo sin que haya errores.

A pesar de ello, la realidad constata que en el caso concreto de la adquisición de la notación convencional los alumnos de educación infantil cometen muchos errores (principalmente inversiones). En diversos estudios preliminares (Alsina, 2011, 2012) se han analizado tanto el tipo de producciones de los alumnos como los factores que explican este tipo de prácticas en las aulas de educación infantil. En síntesis, en estos estudios se concluye que: (a) los alumnos de primero de educación infantil realizan pocas notaciones convencionales (17,8%), pero se incrementan considerablemente con la edad y el curso (89% en tercero de educación infantil), aunque con un elevado número de inversiones (del total de niños que representan el número con una notación convencional, el 66,1% realiza algún tipo de inversión); y (b) uno de los factores que explica la insistencia en la enseñanza de la notación convencional por parte del profesorado es la interpretación errónea o el desconocimiento de las directrices curriculares actuales.

Por esta razón, en este artículo se analizan las principales orientaciones curriculares sobre la enseñanza del número en educación infantil, situándolas en una perspectiva internacional. Dentro de la gran variedad de enfoques posibles de análisis de textos (Vallés, 1997), se ha optado básicamente por el análisis interpretativo en el sentido de Tesch (1990), puesto que se pretende comprender el sentido del texto para identificar y categorizar los elementos y explorar sus posibles conexiones.

LAS ORIENTACIONES CURRICULARES DE NUMERACIÓN EN EDUCACIÓN INFANTIL: EL CONTEXTO INTERNACIONAL

Los estándares americanos son uno de los máximos referentes a nivel internacional para el diseño de los currículos de matemáticas. En su última versión (NCTM, 2003), estos indican que los estándares de contenidos de números para los niveles de *Pre-K2* (de 3 a 8 años aproximadamente) son los mostrados en la tabla 1.

Tabla 1

Estándares de contenidos y expectativas de aprendizaje de números en las primeras edades (Pre-K2)

Estándares de contenido	Expectativas de aprendizaje
Comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos.	<p>Contar con comprensión y darse cuenta de “cuántos hay” en colecciones de objetos.</p> <p>Utilizar diversos modelos para desarrollar las primeras nociones sobre el valor posicional y el sistema decimal de numeración.</p> <p>Desarrollar la comprensión de la posición relativa y la magnitud de los números naturales, y de los números ordinales y cardinales y sus conexiones.</p> <p>Dar sentido a los números naturales y representarlos y usarlos de manera flexible, incluyendo relacionar, componer y descomponer números.</p> <p>Relacionar los nombres de los números y los numerales, con las cantidades que representan, utilizando varios modelos físicos y representaciones diversas.</p> <p>Comprender y representar las fracciones comúnmente usadas, como $1/4$, $1/3$ y $1/2$.</p>
Comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras.	<p>Comprender distintos significados de la adición y sustracción de números naturales y la relación entre ambas operaciones.</p> <p>Comprender los efectos de sumar y restar números naturales.</p> <p>Comprender situaciones que impliquen multiplicar y dividir, tales como la de agrupamientos iguales de objetos y la de repartir en partes iguales.</p>

Tabla 1

Estándares de contenidos y expectativas de aprendizaje de números en las primeras edades (Pre-K2)

Estándares de contenido	Expectativas de aprendizaje
Calcular eficazmente y hacer estimaciones razonables.	<p>Desarrollar y usar estrategias para calcular con números naturales, centrándose en la adición y sustracción.</p> <p>Desarrollar fluidez en la adición y sustracción de combinaciones básicas de números.</p> <p>Utilizar diversos métodos y herramientas para calcular, incluyendo objetos, cálculo mental, estimación, lápiz y papel y calculadoras.</p>

Nota. Tomado de NCTM (2003, p. 400).

Respecto al estándar de números, en las primeras edades se enfatiza sobre todo la comprensión y el uso eficaz de los números y de las operaciones elementales de suma y resta. Para favorecerlo, se incide básicamente en que deben usarse diferentes recursos (por ejemplo, objetos y dibujos) para que los niños puedan reconocer, agrupar y relacionar cantidades, a la vez que desarrollan estrategias de cálculo mental. La representación es importante, pero va mucho más allá de la notación convencional y se subraya la necesidad de favorecer el uso de diferentes tipos de representaciones (orales, concretas, pictóricas y finalmente simbólicas).

Junto con las directrices acerca de los contenidos, se hace referencia también a los estándares de procesos (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación), que ponen de relieve las formas de adquisición y uso de dichos contenidos (tabla 2).

Tabla 2

Estándares de procesos matemáticos

Estándar	Expectativa de aprendizaje
Resolución de problemas	<p>Construir nuevo conocimiento matemático por medio de la resolución de problemas.</p> <p>Resolver problemas que surgen de las matemáticas y en otros contextos.</p> <p>Aplicar y adaptar una variedad de estrategias apropiadas para resolver problemas.</p> <p>Controlar y reflexionar sobre el proceso de resolver problemas matemáticos.</p>

Tabla 2
Estándares de procesos matemáticos

Estándar	Expectativa de aprendizaje
Razonamiento y prueba	<p>Reconocer el razonamiento y la prueba como aspectos fundamentales de las matemáticas.</p> <p>Formular e investigar conjeturas matemáticas.</p> <p>Desarrollar y evaluar argumentos y pruebas.</p> <p>Seleccionar y usar varios tipos de razonamientos y métodos de prueba.</p>
Comunicación	<p>Organizar y consolidar su pensamiento matemático mediante la comunicación.</p> <p>Comunicar su pensamiento matemático de manera coherente y clara a los compañeros, profesores y otras personas.</p> <p>Analizar y evaluar el pensamiento matemático y las estrategias de los demás.</p> <p>Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas de forma precisa.</p>
Conexiones	<p>Reconocer y usar conexiones entre las ideas matemáticas.</p> <p>Comprender cómo se relacionan las ideas matemáticas y se organizan en un todo coherente.</p> <p>Reconocer y aplicar las ideas matemáticas en contextos no matemáticos.</p>
Representación	<p>Crear y usar representaciones para organizar, registrar, y comunicar ideas matemáticas.</p> <p>Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas.</p> <p>Usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.</p>

Nota. Tomado de NCTM (2003, p. 411).

Estos estándares de procesos introducen en las formas de pensar propias de las matemáticas (por ejemplo, pensar, descubrir, argumentar, razonar, modelizar y representar), y contribuyen al desarrollo de la competencia matemática. En las primeras edades, el trabajo de los contenidos a través de estos diferentes procesos considera los aspectos siguientes.

La resolución de problemas. Se plantea desde la perspectiva de contextos reales o realistas, es decir, contextos que son reales en las mentes de los niños como los

cuentos o bien los juegos, puesto que tienen unas características muy similares (habitualmente los juegos empiezan con la introducción de una serie de reglas; y para avanzar en el dominio del juego se van adquiriendo técnicas y estrategias que conducen al éxito, tal como pasa en el proceso de resolución de problemas).

El razonamiento y la prueba. Se consideran fundamentales, desde la perspectiva que ya desde pequeños los niños deberían poder explicar, argumentar y justificar sus propias acciones y comprobarlas, aun considerando que todavía deben desarrollar todas las herramientas del razonamiento matemático y que, evidentemente, no pueden realizar todavía demostraciones matemáticas sino únicamente algunas comprobaciones sencillas. Algunos de los elementos básicos del razonamiento que se consideran en estas edades son, sobre todo, el reconocimiento de patrones y la clasificación de destrezas.

La comunicación y la representación. Se enfatiza sobre todo el uso progresivo de léxico adecuado, la expresión de ideas de manera oral y la escucha a los demás. Además, se insiste en que es importante que durante la educación infantil los niños distingan distintas formas de representación oral y gráfica (concreta, pictórica e inicio de la notación convencional) como medios para comunicarse.

Las conexiones. Se pone de manifiesto la relación entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños aprenden a través de sus experiencias, y las que están aprendiendo en la escuela.

Después de la publicación de los estándares de contenidos y procesos, la Asociación Nacional para la Educación Infantil (National Association for the Education of Young Children) y el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics) de Estados Unidos publican una declaración conjunta de posición sobre las matemáticas en la educación infantil (NAEYC y NCTM, 2002). En esta declaración se indican algunos aspectos que se deberían considerar en las prácticas de aula para lograr una educación matemática de calidad en las primeras edades (tabla 3).

Tabla 3

Recomendaciones esenciales para los maestros y otros profesionales clave

Recomendación	Descripción
Potenciar el interés natural de los niños por las matemáticas y su disposición a usarlas para dar sentido a su mundo físico y social.	Las investigaciones muestran que mucho antes de empezar la escuela los niños usan las matemáticas de manera intuitiva en situaciones de exploración, juego, etc. Desde esta perspectiva, es importante que los primeros contactos de los niños con las matemáticas se produzcan dentro de un clima atractivo y estimulante.

Tabla 3

Recomendaciones esenciales para los maestros y otros profesionales clave

Recomendación	Descripción
Aprovechar las experiencias y conocimientos previos de los niños (familiares, lingüísticos, culturales y los de su comunidad).	Los maestros deben conocer las experiencias personales de cada niño con las matemáticas y construir lazos entre estas experiencias y los nuevos aprendizajes para lograr la equidad y la eficacia educativa.
Basar los currículos de matemáticas y las prácticas docentes en el conocimiento sobre el desarrollo cognitivo, lingüístico, físico, social y emocional de los niños.	Más allá del desarrollo cognitivo, los maestros deben estar familiarizados con el desarrollo social, emocional y motor de los niños, debido a la relevancia de todos ellos para el desarrollo matemático. Desde esta perspectiva, y dada la enorme variabilidad propia del desarrollo infantil, no es recomendable establecer un momento fijo para la adquisición de cada aprendizaje específico.
Utilizar currículos y prácticas docentes que fortalezcan los procesos infantiles de resolución de problemas y razonamiento, así como los de representación, comunicación y conexión de ideas matemáticas.	Estos procesos se desarrollan a lo largo del tiempo, siempre que sean fomentados a través de situaciones de aprendizaje bien diseñadas, y hacen posible que los niños adquieran el conocimiento del contenido. En este sentido, la utilización de estos procesos para comprender y usar los contenidos de forma eficaz es uno de los logros más consistentes de la educación matemática.
Asegurar que el currículo sea coherente y compatible con las relaciones y secuencias conocidas de las ideas matemáticas fundamentales.	En las áreas clave de las matemáticas deben establecerse secuencias didácticas de aprendizaje que vayan de lo concreto a la abstracción progresiva.
Facilitar que los niños interactúen de forma continua y profunda con las ideas matemáticas clave.	Los maestros de la primera infancia deben planificar la implicación profunda de los niños con las ideas matemáticas, así como dar apoyo a las familias para que estas ideas se amplíen y desarrollen fuera de la escuela. Desde este prisma, se subraya que las áreas de números y operaciones, geometría y medición son de especial importancia, mientras que se recomienda que el pensamiento algebraico (a excepción de los patrones) y la estadística y la probabilidad tengan un énfasis algo menor en los primeros años.

Tabla 3

Recomendaciones esenciales para los maestros y otros profesionales clave

Recomendación	Descripción
Integrar las matemáticas con otras actividades y otras actividades con las matemáticas.	Los niños no perciben el mundo de forma parcelada, por lo que es recomendable ayudarles a desarrollar su pensamiento matemático desde una perspectiva globalizada, durante todo el día y a través de todo el currículo. Ello significa que las prácticas de aula deben favorecer las conexiones entre diversas disciplinas, y también las conexiones con el entorno, por ejemplo a través de proyectos que atraviesan las fronteras de las asignaturas. Desde este enfoque integrado, los maestros deben asegurarse de que las experiencias matemáticas sigan experiencias lógicas, permiten centrarse en las matemáticas y profundizar en ellas.
Proporcionar tiempo suficiente, materiales y apoyo del profesor para que los niños se impliquen en el juego, un contexto en el cual explorar y manipular ideas matemáticas con vivo interés.	El juego no garantiza el desarrollo matemático, pero ofrece valiosas oportunidades, por lo que es importante que los maestros planteen buenas preguntas en situaciones lúdicas que provoquen el desarrollo de nuevos conocimientos.
Introducir activamente conceptos matemáticos, métodos y lenguaje a través de una variedad de experiencias y estrategias de enseñanza apropiadas.	Los buenos maestros de educación infantil se basan en el conocimiento matemático informal de los niños y en sus experiencias previas, y con base en ellas favorecen la construcción de nuevos conocimientos a partir de contextos de vida cotidiana, rutinas, materiales manipulativos,... que centren la atención de los niños sobre una idea matemática en particular o un conjunto de ideas relacionadas, dado que las matemáticas son demasiado importantes como para dejarse al azar.
Apoyar el aprendizaje mediante la evaluación continua y reflexiva del conocimiento, destrezas y estrategias de todos los niños.	La evaluación es muy útil para identificar los puntos fuertes y débiles en el conocimiento de los niños y de las propias actividades, para orientar la planificación docente. Desde este marco una buena evaluación debería fundamentarse en la observación sistemática y la documentación de las acciones; mientras que confiar la evaluación a una única prueba para documentar la competencia matemática de los niños va en contra de las recomendaciones contemporáneas sobre la evaluación de niños pequeños.

Tomando en consideración estas recomendaciones, Alsina (2012) señala que los nuevos planteamientos curriculares deberían partir de un enfoque mucho más globalizado

que no se limite a trabajar los contenidos (de números o de cualquier otro bloque) de forma fragmentada en el contexto escolar, sino trabajar de forma integrada, explorando cómo se potencian y usándolos sin prejuicios en diferentes contextos. Además, exige trabajar para favorecer la autonomía mental del alumnado, potenciando la elaboración de hipótesis, las estrategias creativas de resolución de problemas, la discusión, el contraste, la negociación de significados, la construcción conjunta de soluciones y la búsqueda de formas para comunicar y representar planteamientos y resultados. En definitiva, se trata de ayudar, sobre todo a través de los procesos de pensamiento matemático, a gestionar el conocimiento, las habilidades y las emociones para conseguir un objetivo a menudo más cercano a situaciones funcionales y en contextos de vida cotidiana que a su uso académico.

Dada la importancia de los procesos matemáticos para la comprensión y el uso eficaz de los contenidos numéricos, algunas investigaciones recientes han estudiado la presencia de estos procesos en el proceso de enseñanza-aprendizaje del número en el aula. Así, por ejemplo, a partir de un estudio interpretativo de casos múltiples, Coronata (2014) analiza las prácticas de maestras de niños entre 4 y 8 años. A partir de la pauta de evaluación, “Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la educación infantil y elemental”, previamente validada en Alsina y Coronata (2014), se analizan las prácticas de 12 maestras y se aportan las siguientes conclusiones sobre la presencia de los procesos matemáticos para la enseñanza del número.

- ◆ *Resolución de problemas.* Las prácticas de enseñanza de las maestras no se contextualizan a la vida cotidiana, no promueven la resolución de problemas a través de diversas soluciones, se usa poco material concreto y se frena el interés y curiosidad de los niños;
- ◆ *Razonamiento y prueba.* Se evidencia debilidad en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las maestras en cuanto a promover la comprobación de conjeturas de la vida cotidiana, formular preguntas para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y pruebas y también en retroalimentar la diversidad de razonamientos numéricos de los niños;
- ◆ *Comunicación.* Se propicia un ambiente silencioso, sin intercambio de ideas matemáticas, con casi nula participación de los niños para poder usar un vocabulario cada vez más preciso y se evidencia mayoritariamente una entrega de información, por encima de una comunicación real en el ámbito de la enseñanza del número;
- ◆ *Conexiones.* La mayoría de las maestras participantes desconectan sus prácticas de enseñanza-aprendizaje del número de otros contenidos matemáticos o de otros contextos infantiles. Se observó que en su mayoría, las maestras centran sus prácticas de enseñanza a lo que acontece dentro del aula, como una actividad artificial sin conexión con la vida de cada niño; y
- ◆ *Representación.* Destaca la escasa utilización de materiales para representar cantidades. Por otro lado, tampoco se detectó el apoyo necesario para avanzar

de forma progresiva hacia representaciones simbólicas, sino que este tipo de representación es el punto de partida.

ESTÁNDARES COMUNES PARA LAS MATEMÁTICAS, DE LA INICIATIVA PARA UNOS ESTÁNDARES ESTATALES BÁSICOS COMUNES EN ESTADOS UNIDOS

En el año 2010 se publican los estándares estatales básicos comunes en Estados Unidos (*Common Core State Standards* [CCSS]), que han sido desarrollados en colaboración con profesores, administradores y expertos con el objetivo de proporcionar un marco claro y coherente para preparar a los alumnos para acceder a la universidad y, posteriormente, al mercado laboral, partiendo de la base que dicha formación debe iniciarse ya en las primeras edades. Desde esta perspectiva, estos estándares comunes para las matemáticas surgen como una forma de precisar mejor y lograr una mayor coherencia en el aprendizaje de las matemáticas desde los primeros niveles hasta finalizar la escolarización a fin de mejorar el rendimiento en matemáticas (*Common Core State Standards Initiative* [CCSSI], 2010).

En este documento se presentan, en primer lugar, los estándares para la práctica matemática, que describen diferentes niveles de experiencia que los maestros deberían desarrollar en sus alumnos (de los diferentes niveles) para que sean matemáticamente competentes; y en segundo lugar, los estándares para el contenido matemático, que son una combinación equilibrada entre procedimientos y comprensión en los que se pretende hacer hincapié en los contenidos clave. En las tablas 4 y 5 se sintetizan estos estándares (CCSSI, 2010).

Tabla 4

Estándares para la práctica matemática

Estándar	Descripción
Identificar el problema y perseverar en su solución	<p>Comienzan por explicarse a sí mismos el significado de un problema y buscan diversas alternativas para resolverlos.</p> <p>Realizan conjeturas acerca de la forma y el significado de la solución y buscan caminos para encontrar la solución, más que improvisar.</p> <p>Consideran problemas análogos, problemas más simples, etc. para entender mejor la solución.</p> <p>Siguen y evalúan su proceso, y si es necesario cambian de rumbo.</p> <p>Confían en la ayuda que supone el uso de objetos o imágenes concretas para resolver un problema.</p> <p>Comprueban sus respuestas y se preguntan si tienen sentido.</p>

Tabla 4
Estándares para la práctica matemática

Estándar	Descripción
Razonar de forma abstracta y cuantitativa	<p>Entienden las cantidades y sus relaciones en situaciones problemáticas.</p> <p>Usan dos habilidades complementarias para resolver problemas: la capacidad para descontextualizar una situación dada y representarla simbólicamente; y la capacidad de contextualizar a través de la manipulación para investigar los referentes de los símbolos involucrados.</p> <p>El razonamiento cuantitativo implica hábitos como crear una representación coherente del problema, teniendo en cuenta las unidades involucradas, atendiendo al significado de las cantidades y no sólo en saber calcularlas.</p>
Crear argumentos viables y criticar el razonamiento de los demás	<p>Comprenden y utilizan los supuestos indicados, definiciones y resultados previamente establecidos en la construcción de argumentos.</p> <p>Hacen conjeturas y construyen una progresión lógica de las afirmaciones para explorar la verdad de sus ideas.</p> <p>Son capaces de analizar las situaciones dividiéndolas en casos, y pueden reconocer y usar contraejemplos.</p> <p>Justifican sus conclusiones, las comunican a los demás y responden a sus argumentos.</p> <p>Razonan inductivamente acerca de los datos, y hacen que los argumentos que consideran el contexto del que vienen los datos sean viables.</p> <p>Pueden comparar la efectividad de dos argumentos plausibles.</p> <p>Pueden escuchar o leer los argumentos de los demás, decidir si tienen sentido, y hacer preguntas útiles para aclarar o mejorar los argumentos.</p>
Modelización matemática	<p>Pueden aplicar las matemáticas para resolver problemas que se plantean en la vida cotidiana, la sociedad y el lugar de trabajo.</p> <p>Pueden simplificar una situación complicada.</p> <p>Son capaces de identificar cantidades importantes en una situación práctica y establecer sus relaciones con herramientas tales como diagramas, tablas de doble entrada, gráficos, diagramas de flujo y fórmulas.</p> <p>Pueden analizar las relaciones de forma matemática para extraer conclusiones.</p> <p>Interpretan los resultados basándose en el contexto y reflexionan sobre la validez de los resultados.</p>

Tabla 4
Estándares para la práctica matemática

Estándar	Descripción
Utilizar las herramientas apropiadas de forma estratégica	<p>Consideran las herramientas disponibles para solucionar un problema matemático. Estas herramientas pueden incluir desde material manipulativo hasta el lápiz y papel, incluyendo software educativo, entre otros recursos.</p> <p>Son capaces de reconocer las limitaciones de cada recurso y de determinar en qué situaciones son útiles.</p>
Buscar precisión	<p>Intentan comunicarse de forma precisa con los demás.</p> <p>Usan definiciones claras cuando razonan y dialogan con los demás.</p> <p>Determinan el significado de los símbolos que eligen, incluyendo el uso del signo igual de forma apropiada y coherente.</p> <p>Son precisos al especificar las unidades de medida y etiquetar los ejes para clarificar la correspondencia con las cantidades de un problema.</p> <p>Calculan con precisión y eficacia, y expresan respuestas numéricas con un grado de exactitud adecuado al contexto del problema.</p>
Buscar y hacer uso de una estructura	<p>Buscan discernir patrones o estructuras.</p> <p>Identifican la importancia de una línea en una figura geométrica y pueden utilizar la estrategia de dibujar una línea auxiliar para resolver problemas.</p> <p>Saben distanciarse y ver el problema en un plano general.</p> <p>Pueden simplificar situaciones complicadas.</p>
Buscar y expresar la regularidad en un razonamiento	<p>Discriminan si los cálculos se repiten, y buscan métodos generales y atajos.</p> <p>Supervisan el proceso y se fijan en los detalles.</p> <p>Evalúan constantemente el sentido de sus resultados intermedios.</p>

Los ocho estándares referentes a la práctica matemática expuestos en la tabla 4 se fundamentan en los procesos matemáticos (NCTM, 2003) y por ello mantienen un paralelismo evidente. Además, se basan también en las competencias matemáticas que se especifican en el informe *Adding It Up* del *National Research Council* [NRC] (2001) ya que describen diferentes niveles de experiencia que los maestros deberían desarrollar en sus alumnos para que progresivamente sean ciudadanos matemáticamente competentes.

En la tabla 5 se exponen los estándares de números correspondientes al nivel de educación infantil (5-6 años).

Tabla 5
Estándares de números en educación infantil

Expectativa de aprendizaje	Capacidad
	Contar y los números cardinales
Conocer los números y su secuencia	<p>Contar hasta 100 en unidades y en decenas.</p> <p>Contar hacia adelante a partir de cualquier número de la secuencia (en lugar de empezar por el 1).</p> <p>Escribir los números del 0 al 20. Representar una cantidad de objetos con un numeral escrito del 0 al 20 (el 0 representa un recuento sin objetos).</p>
Contar para saber el número de objetos	<p>Entender la relación entre números y cantidades y contar con los números cardinales.</p> <p>Cuando se cuenten objetos, decir los números en el orden estándar, asociando cada objeto con un solo número y cada número con un solo objeto.</p> <p>Entender que el último número que se ha dicho nos indica el número de objetos que se han contado. El número de objetos es el mismo, independientemente del orden en que se hayan contado.</p> <p>Entender que cada número sucesivo hace referencia a una cantidad cada vez mayor.</p> <p>Contar para saber responder a preguntas con la construcción "¿Cuántos...?" de hasta 20 elementos dispuestos en línea, en un rectángulo o un círculo o de hasta 10 elementos dispuestos irregularmente. Contar los objetos que haya de un número del 1 al 20.</p>
Comparar números	<p>Identificar si el número de objetos de un grupo es mayor, menor o igual al número de objetos de otro grupo (por ejemplo, usar estrategias para asociar y contar).</p> <p>Comparar dos números entre el 1 y el 10 presentados como numerales escritos.</p>
Operaciones y pensamiento algebraico	
Entender la suma como el hecho de juntar y añadir y entender la resta como el hecho de separar y quitar.	<p>Representar la suma y la resta con objetos, dedos, imágenes mentales, dibujos, sonidos (por ejemplo, picar de manos) y representar situaciones, enunciados, expresiones u operaciones escritas.</p> <p>Resolver enunciados de sumas y restas y sumar y restar con un resultado igual o inferior a 10. Por ejemplo, se pueden usar</p>

Tabla 5

Estándares de números en educación infantil

Expectativa de aprendizaje	Capacidad
	<p>objetos o dibujos para representar el problema.</p> <p>Asociar números menores o iguales a 10 de varias maneras. Por ejemplo, se pueden usar objetos o dibujos y representar cada operación con un dibujo o una operación escrita (por ejemplo, $5=2+3$ y $5=4+1$).</p> <p>Encontrar el número entre el 1 y el 9 que sumado a otro número dé 10. Por ejemplo, se pueden usar objetos o dibujos y representar la respuesta con un dibujo o una operación escrita.</p> <p>Hacer sumas y restas con fluidez con un resultado igual o inferior a 5.</p>
Números y operaciones con decimales	
Trabajar con los números del 11 al 19 para prepararse para el valor posicional	Componer y descomponer números del 11 al 19 en decenas y las unidades restantes. Por ejemplo, se pueden usar objetos o dibujos y representar cada composición o descomposición con un dibujo u operación escrita (por ejemplo, $18 = 10 + 8$). Es necesario hacerles comprender que estos números están formados por decenas y uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho o nueve unidades.

En el caso de los estándares de números para 5-6 años, en términos generales se hace hincapié en el uso de los números, incluyendo los numerales escritos, para representar cantidades y resolver problemas cuantitativos (por ejemplo, contar los objetos de un conjunto, unir y separar objetos, y más adelante las operaciones escritas). Como puede apreciarse, estos estándares, que han generado cierta controversia en Estados Unidos, enfatizan algo más la representación notacional que los estándares del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2003), pero subrayan sobre todo la importancia de trabajar la comprensión de los números y el significado de las operaciones elementales a través de la manipulación de materiales (por ejemplo, contando objetos y comparándolos).

LAS ORIENTACIONES CURRICULARES DE NUMERACIÓN EN EDUCACIÓN INFANTIL: EL CONTEXTO NACIONAL

El documento curricular vigente que se ha analizado es la Orden ECI/3960/2007 (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007), por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. Esta orden es de aplicación en los centros docentes correspondientes al ámbito de gestión del Ministerio de Educación y Ciencia,

por lo que no se aplica en comunidades autónomas con competencias en educación transferidas; aun así, se toma como referencia ya que es el documento a partir del cual estas comunidades han desplegado sus propias orientaciones curriculares.

La Orden ECI/3960/2007 parte de la base que en la etapa de educación infantil deben sentarse ya las bases para que progresivamente los alumnos usen los conocimientos aprendidos en diferentes contextos de su vida cotidiana. En este sentido, se indica que:

La educación infantil tiene como principal finalidad contribuir al desarrollo físico, afectivo, social e intelectual de niñas y niños en estrecha cooperación con las familias. En esta etapa el niño pasa de la dependencia del adulto a la progresiva autonomía en la vida cotidiana, y de la individualidad a la relación con los demás a través de diversos aprendizajes. En educación infantil se sientan las bases para el desarrollo personal y social de las niñas y los niños y se integran aprendizajes que están en la base del logro de las competencias que se consideran básicas para todo el alumnado. (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007, p. 1019)

Desde este modelo funcional sobre aprendizaje se establecen diversos contenidos para los dos ciclos de la educación infantil (0-3 años y 3-6 años) organizados en tres áreas de conocimiento: (a) conocimiento de sí mismo y autonomía personal, (b) conocimiento del entorno y (c) lenguajes: comunicación y representación. Siguiendo esta organización, se ha realizado un extracto de los contenidos de números de cada área que se indican en las instrucciones curriculares.

En la tabla 6 se exponen los contenidos del primer ciclo de educación infantil (Orden ECI/3960/2007) que, a criterio del autor, mantienen una relación con el pensamiento numérico.

Tabla 6

Contenidos de números para el primer ciclo de educación infantil

Área	Contenido
Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	“Exploración e identificación de algunas partes del propio cuerpo y del de los demás, señalándolas y nombrándolas en juegos y actividades cotidianas como vestirse, desvestirse, aseo personal, etc., reconociendo algunas características propias y consiguiendo una progresiva competencia.” (p. 1021)
Conocimiento del entorno	“Realización de acciones sobre elementos y colecciones como juntar, distribuir, hacer correspondencias y contar elementos, aproximándose a la cuantificación no numérica (muchos, pocos, algunos) y numérica (uno, dos y tres), manifestando satisfacción por los logros conseguidos.” (p. 1024)

Tabla 6

Contenidos de números para el primer ciclo de educación infantil

Área	Contenido
Lenguajes: comunicación y representación	“Gusto e interés por manipular textos escritos en diferentes soportes (libros, revistas, periódicos, carteles o etiquetas), participando en la interpretación de imágenes e iniciándose en la diferenciación entre las distintas formas de expresión gráfica (dibujos, números, lengua escrita).” (p. 1028)

Si se analiza el contenido de la tabla 6, se observa que los contenidos de números del primer ciclo de educación infantil hacen alusión a las matemáticas informales e intuitivas, en el sentido de Baroody (1987), y se organizan básicamente alrededor de tres capacidades.

- ◆ La identificación y, lógicamente, el uso comprensivo de cuantificadores (muchos, pocos y algunos) y de cantidades elementales (uno, dos y tres) para contar elementos de una colección, así como el inicio del reconocimiento de la notación convencional de las cantidades (números escritos), sin asociarlos todavía a ninguna cantidad discreta, sino únicamente empezando a diferenciarlos de otros tipos de representaciones externas como por ejemplo letras y dibujos.
- ◆ La comparación de cantidades, básicamente a través de un tipo de relación cuantitativa elemental: las correspondencias cuantitativas.
- ◆ La observación de cambios sencillos que se producen a nivel cuantitativo en los objetos y en el entorno inmediato a través de dos operaciones básicas (juntar, es decir, añadir, unir o reunir, agrupar, sumar, etc.; y distribuir, es decir, repartir, separar, dividir, etc.).

Respecto al segundo ciclo, los contenidos de números que se detallan en la Orden ECI/3960/2007 son los mostrados en la tabla 7.

Tabla 7

Contenidos de números para el segundo ciclo de educación infantil

Área	Contenido
Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	“Exploración y reconocimiento del propio cuerpo. Identificación, valoración y aceptación progresiva de las características propias.” (p. 1021)
Conocimiento del entorno	“Cuantificación no numérica de colecciones (muchos, pocos). Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que).” (p. 1024) <i>Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables.</i>

Tabla 7
Contenidos de números para el segundo ciclo de educación infantil

Área	Contenido
	<i>Utilización oral de la serie numérica para contar. Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana (p. 1024).</i>
Lenguajes: comunicación y representación	<p>“Diferenciación entre las formas escritas y otras formas de expresión gráfica.” (p. 1029)</p> <p><i>Iniciación en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales. Interés y disposición para comunicarse por escrito y por el uso de algunas convenciones del sistema de la lengua escrita como linealidad, orientación y organización del espacio, y gusto por producir mensajes con trazos cada vez más precisos y legibles (p. 1029).</i></p>

Se observa que, al igual que ocurre en el primer ciclo, los contenidos de números están presentes en las tres áreas. Este aspecto es significativo dado que permite al profesorado superar una visión fragmentada y favorecer un enfoque globalizado estableciendo relaciones entre los contenidos de las diferentes áreas. El segundo aspecto destacable es el tipo de sustantivos usados para expresar los contenidos: exploración, identificación, realización de acciones, comparaciones, relaciones, estimación, observación, utilización, etc. De ello se desprende una visión del aprendizaje de los contenidos de números que tiene en cuenta las necesidades de los alumnos para aprender: observar los números en el entorno y comprender su utilidad; realizar acciones con cantidades para favorecer su comprensión e interiorización; etc.

En las orientaciones curriculares nacionales también se hace hincapié en el inicio de la representación de las cantidades. En el primer ciclo se menciona que los niños y niñas deberían empezar a diferenciar las distintas formas de expresión gráfica (dibujos, números, lengua escrita). En el segundo ciclo deberían iniciarse en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales, sin contemplar el proceso evolutivo que siguen los niños y niñas desde que empiezan a diferenciar los distintos sistemas externos de representación (por ejemplo, dibujos, letras y números) hasta que son capaces de representar los numerales usando un código simbólico.

Por último, otro aspecto destacable de la tabla 7 es que en las orientaciones sobre los contenidos de números a trabajar durante el segundo ciclo no se hace referencia al cálculo, es decir, las operaciones aritméticas elementales de suma y resta. Si tenemos en cuenta las orientaciones internacionales, las orientaciones nacionales relativas al cálculo en las primeras edades son, sin duda, deficientes.

CONSIDERACIONES PARA AVANZAR HACIA EL DESARROLLO DEL SENTIDO NUMÉRICO EN EDUCACIÓN INFANTIL

Si se considera el análisis curricular realizado, puede concluirse que el bloque de contenidos de números en la etapa de educación infantil debería favorecer que al finalizar la etapa los alumnos, en primer lugar, comprendan los cuantificadores elementales y los primeros números naturales, es decir, que sepan reconocerlos y relacionarlos (compararlos a partir de criterios diversos). En segundo lugar, es necesario que aprendan a representarlos de formas distintas; y, finalmente, que operen con ellos de forma comprensiva. A continuación se presenta una síntesis de los principales contenidos de números en educación infantil. En Alsina (2006) puede consultarse una propuesta de secuenciación por niveles.

Reconocer cantidades. Comprensión de los principales cuantificadores (por ejemplo, muchos, pocos, todos, ninguno, algunos). Comprensión y representación de los números. Agrupaciones de elementos por criterios cuantitativos. Lectura y escritura de los números.

Relacionar cantidades. Relaciones de equivalencia: clasificaciones a partir de un criterio cuantitativo. Relaciones de orden: ordenaciones a partir de un criterio cuantitativo. Correspondencias cuantitativas: asociaciones término a término; etc. Series numéricas (patrones de repetición sencillos).

Operar cantidades. Cambios de cantidades: composición y descomposición de cantidades discretas; añadir y quitar.

A partir de estos contenidos, se aportan algunas consideraciones acerca de la comprensión de los números, su representación y el cálculo aritmético, al tratarse de tres aspectos claves para poder avanzar hacia la adquisición del pensamiento numérico, entendido como aquello que la mente puede hacer con los números (Castro, 2008).

Comprensión de los números

Comprender los números es un requisito previo tanto para su posterior representación como para poder operar con ellos. Para favorecer la comprensión, deberían considerarse diversos aspectos.

Reconocer la cantidad de objetos de una colección (el cardinal). Este aspecto requiere saber contar el número de objetos que hay en un grupo, con todo lo que implica la enumeración. Para contar de forma correcta, previamente se debe conocer el nombre de los números (es decir, su representación verbal) y usar estos nombres en un orden correcto, de acuerdo con la serie numérica. Así, pues, identificar el cardinal de un conjunto de objetos implica, en primer lugar, asignar a cada objeto un único número de la serie numérica. En segundo lugar, que el cardinal del conjunto no depende de criterios de tipo perceptivo como por ejemplo el volumen o la longitud de los objetos. En tercer lugar, es necesario realizar un seguimiento (una comprobación) de los objetos que ya

se han contado, dado que en muchas ocasiones los alumnos tienden a contar más de una vez un mismo objeto, o bien obvian algún objeto de la colección. En cuarto lugar, tener noción de inclusión, es decir, reconocer que el último nombre del conteo sirve para designar el conjunto de objetos de la colección. Finalmente, que independientemente del orden en el que se cuenten los objetos, el total sigue siendo el mismo.

La recta numérica (el ordinal). Otra cuestión fundamental, que mantiene vínculos muy estrechos con el aspecto anterior, es identificar la cantidad de objetos de una colección dispuestos en línea recta. En este caso, son necesarios los números ordinales (primero, segundo, etc.), para identificar la posición que ocupa cada objeto dentro de la colección.

Comparar cantidades por criterios cuantitativos. Como se acaba de mencionar, uno de los aspectos que favorece la comprensión de los números es que los alumnos descubran que la cantidad de objetos de una colección (estén o no dispuestos en línea recta) no depende de criterios de tipo perceptivo, como el volumen o la longitud que ocupan los objetos, sino de su valor cardinal. Desde este punto de vista, la comparación de colecciones de objetos perceptivamente diferentes puede ayudar a superar el peso de la percepción. Se trata, pues, de fomentar que los alumnos realicen diversas acciones: clasificar, ordenar, asociar o seriar cantidades por criterios cuantitativos, usando los comparativos “más... que”; “menos... que”; “tanto... como”; o “igual... que”.

Los aspectos anteriores se refieren a los números que los alumnos pueden comprender. Sin embargo, el entorno más cercano está repleto de otros números que pueden reconocer con facilidad: la edad de los familiares, el número de la calle en la que viven, la matrícula del coche, el número de teléfono, etc. Así, en las prácticas de aula es necesario distinguir los números que los alumnos pueden comprender de los números que pueden reconocer: el hecho de que un niño reconozca el número de la matrícula de un coche no implica comprender en profundidad su valor cardinal, la posición que ocupa en la recta numérica, o saberlo comparar con otros números. Desde este prisma, los alumnos de las primeras edades son capaces de comprender, con todo lo que ello implica, los números dígitos, mientras que la comprensión de los números más allá de la decena requiere otro tipo de conocimientos (por ejemplo, valor posicional) que se adquieren posteriormente. En cambio, el reconocimiento de números escritos es mucho más extenso, y depende de la experiencia personal de cada niño, de su contexto, etc.

Estas consideraciones coinciden, a grandes rasgos, con los datos aportados por diversos estudios sobre la adquisición progresiva de la noción de número. A partir de las aportaciones piagetianas (Piaget y Szeminska, 1941) y neopiagetianas (Kamii, 1985, 1989, 1994) que en su momento tuvieron mucho énfasis, los estudios realizados por Resnick (1992, 1994) revelaron que los niños empiezan a razonar sobre cantidades de forma global en contextos específicos de tipo cualitativo (razonamiento protocuantitativo). Progresivamente, con la adquisición del conteo pueden razonar acerca de canti-

dades específicas en un contexto significativo (por ejemplo, tal como se señala en las orientaciones curriculares analizadas, identificando algunas partes del propio cuerpo, señalándolas, nombrándolas y también contándolas: una nariz, dos orejas, muchos cabellos, etc.). Posteriormente pueden hacer razonamientos numéricos sin la necesidad de un contexto específico.

Estudios más recientes como los de Clements (2004), Saracho y Spodek (2008), Fuson, Clements y Beckman (2009a, 2009b) y Clements y Sarama (2009) ponen de manifiesto que los niños aprenden, integran y amplían sus conocimientos acerca de la cardinalidad, el conteo y la correspondencia término a término (junto con la notación convencional de los números, que se tratará en la próxima sección) de forma progresiva desde los 2 años hasta los 7 años. Para estos autores, gran parte de estos conocimientos requieren conocimientos culturales específicos (por ejemplo en el caso del conteo, ya que las palabras para designar los numerales varían en función del idioma). Estos estudios señalan además que es necesario realizar múltiples experiencias con números pequeños y “progresivamente” llevar a cabo experiencias similares con números cada vez mayores, para que el conteo sea fluido y pueda convertirse en una herramienta de representación mental. El NRC (2009) añade que estas experiencias —que deben ir acompañadas de retroalimentación y oportunidades para la reflexión y el aprendizaje autónomo— son imprescindibles para favorecer el aprendizaje algebraico posterior.

Representación de los números

La representación de los números, como se ha puesto de manifiesto en las orientaciones curriculares analizadas, incluye diversos aspectos que van desde la expresión oral hasta la notación convencional, pasando por otras formas concretas y pictóricas de representación. La adquisición de la notación escrita de los numerales es, pues, un proceso lento y complejo, en el que los usos de formas convencionales y no convencionales conviven durante un largo periodo.

El primer eslabón es la correspondencia término a término (Sinclair, 1991). En este nivel los signos varían según los niños (formas geométricas, dibujos, etc.), pero no dependen de la edad. Estas primeras producciones notacionales se refieren exclusivamente a la cantidad; la notación se compone de caracteres discretos, alineados; y en muchas producciones, un mismo signo es repetido varias veces. Martí (2003) indica que el siguiente paso es la producción de un signo único como representante de la cantidad. Se trata de un rasgo inherente al sistema de numeración decimal de difícil comprensión, dado que se usa un solo signo para designar a toda una colección. El hecho de que exista un objeto semiótico ya elaborado —los números escritos— que se transmite culturalmente ayuda a esta construcción, y no es hasta que los niños comprenden que un solo signo puede representar una pluralidad cuando empiezan a usar los números escritos. A partir de este momento los niños pueden comprender de forma progresiva las reglas del sistema (Alvarado y Brizuela, 2005). En este nivel, la comprensión del valor cardinal (una única expresión para representar una cantidad) es

fundamental, puesto que constituye el punto de partida para que los alumnos puedan ir adentrándose en la comprensión, el valor posicional, etc.

Otros estudios han analizado con mayor detalle los distintos tipos de notaciones que realizan los alumnos durante el itinerario de adquisición (Hugues, 1982; Pontecorvo, 1996; Scheuer, Sinclair, Merlo y Tièche, 2000). Los estudios de Hugues y Pontecorvo mantienen un cierto paralelismo respecto a los niveles posibles en la representación de la cantidad. El primero, en el que no existe sensibilidad o precisión hacia los aspectos cuantitativos (representaciones idiosincrásicas). El segundo, donde se pone en correspondencia un signo de representación con aquello que se representa (representaciones pictográficas e icónicas). El tercero, donde se usa el numeral convencional, aunque no siempre en un modo exclusivo (representaciones simbólicas).

El estudio de Scheuer et al. (2000) permite identificar siete categorías de notaciones que van revelando la laboriosa adquisición del conjunto de reglas convencionales que subyace a la representación numérica de las cantidades. Se trata de categorías mutuamente excluyentes, aun considerando que un mismo alumno puede presentar varias estrategias a la vez: (a) notaciones numéricas convencionales acordes con los numerales convencionales; (b) notaciones múltiples, en las que se regulan el número de forma gráficas en la notación de acuerdo al número de elementos en la colección basándose, por lo general, en procedimientos de correspondencia uno a uno (una forma gráfica para cada elemento); (c) formas para números, que consisten en la producción de una única grafía arbitraria; (d) formas para clases de números, que registran características particulares de los números pero la notación no identifica de forma concluyente el número representado; (e) notaciones logográficas, que resultan del establecimiento de una correspondencia estricta entre la forma oral de un número y su notación; (f) notaciones compactadas, en las que además de la correspondencia anterior, se empieza a integrar el principio de notación posicional; (g) y otras notaciones, que incluyen formas que se desvían de las descritas debido a errores suplementarios o de otras particularidades, o bien producciones que registran la naturaleza de los objetos que forman la colección en lugar de su cantidad.

Es necesario pues, desmitificar la tradición escolar que aprender números significa solamente escribirlos, y contemplar el itinerario de adquisición en las prácticas escolares de las aulas de educación infantil.

La caligrafía de las cifras no es indispensable en educación infantil, y es mejor esperar a la etapa sensible propia de cada niño, es decir, el momento en que está realmente maduro para este aprendizaje, que se realizará de forma más rápida, fácil y segura. (Berdonneau, 2008, p. 295)

Otros autores, como Fuson, Clements y Beckman (2009b, p. 29) contradicen este planteamiento al señalar que los niños de *Kindergarten* (de 4 a 6 años) “pueden aprender a escribir todos los números hasta el 19”. Parece que existe cierta controversia en relación al momento en que debe empezarse a enseñar la notación convencional de los números y hasta qué número debe enseñarse. En este trabajo se asume que existen diversas representaciones de los números, que van desde los modelos físicos (ma-

teriales manipulativos) hasta la representación simbólica, considerando también la representación oral, la representación concreta (a través de dibujos) y la representación pictórica (a través de signos), y que su aprendizaje debería seguir un itinerario didáctico que se inicie en los modos de representación más simples (oral, con materiales y dibujos) hasta los más complejos (notación convencional), a partir de planteamientos constructivistas alejados del trabajo con fichas (Carruthers y Worthington, 2008).

Operaciones aritméticas

De acuerdo con las orientaciones curriculares analizadas, los alumnos pueden resolver operaciones sencillas de suma y de resta, siempre y cuando los contextos asociados con estas operaciones reflejen experiencias reales y puedan ser modeladas con materiales concretos. A grandes rasgos, la enseñanza de las operaciones aritméticas contempla tres aspectos.

- ◆ El aspecto comprensivo: los alumnos deben comprender que operar significa transformar cantidades. El hecho de añadir (o quitar) una cantidad determinada respecto a una cantidad inicial implica que la cantidad final sea diferente de la inicial (salvo en un caso excepcional, en el que se añaden o quitan cero objetos). Sumar significa juntar, reunir, agrupar diversas cantidades, es decir, la operación de sumar se asocia como unión (por ejemplo, tenemos dos objetos y añadimos tres). Restar, en cambio, puede tener significados diversos: un posible significado es, dada una cantidad, quitar o separar una cantidad menor y contar cuantos quedan (por ejemplo, tenemos seis objetos y quitamos dos). Otro posible significado es, dada una cantidad, determinar cuántos faltan para llegar a otra cantidad (por ejemplo, tenemos dos objetos y queremos saber cuántos faltan para tener seis).
- ◆ El aspecto funcional: paralelamente, los alumnos deben descubrir para qué sirven las operaciones aritméticas elementales, es decir, cuándo es necesario añadir, quitar, etc.
- ◆ El aspecto técnico: se refiere a los algoritmos (operaciones escritas) que se utilizan en nuestra cultura para sumar, restar, etc.

A pesar de que los estándares comunes americanos para las matemáticas (CCSSI, 2010) apuntan la posibilidad de representar las acciones de añadir y quitar a través de operaciones escritas, consideramos que los alumnos de las primeras edades pueden sumar y restar sin necesidad de dominar este tercer aspecto. Dicho de otra forma, pensamos que comprender qué significa una operación aritmética elemental y saber para qué sirve no implica conocer la técnica, es decir, resolver operaciones mediante lenguaje simbólico.

En síntesis, el análisis del currículo de números realizado en este trabajo, así como las consideraciones expuestas para avanzar hacia el desarrollo del sentido numérico en educación infantil, ponen de manifiesto que son muchos los conocimientos tanto disciplinares como didácticos que se ponen en juego para promover una enseñanza idónea en las aulas de educación infantil, es decir, una enseñanza que “requiere que el

profesor sea capaz de comprender lo que los alumnos conocen y necesitan aprender y, en consecuencia, les desafía y apoya para aprender bien los nuevos conocimientos” (NCTM, 2003, p. 17). Confiamos que los aportes realizados permitan superar obstáculos como, por ejemplo, la interpretación errónea o el desconocimiento de las directrices curriculares actuales (Alsina, 2011); y sirvan, sobre todo, para poder avanzar hacia esta enseñanza idónea.

REFERENCIAS

- Almeida, R., Bruno, A. y Perdomo, J. (2014). Estrategias de sentido numérico en estudiantes del Grado en Matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(2), 9-34.
- Alsina, Á. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona, España: Octaedro-Eumo.
- Alsina, Á. (2011). Consideraciones didácticas para la enseñanza de los números escritos en las primeras edades. *SUMA*, 67, 21-26.
- Alsina, Á. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números*, 80, 7-24.
- Alsina, Á. y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 21-34.
- Alvarado, M. y Brizuela, B. M. (2005). *Haciendo números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia*. Barcelona, España: Paidós.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking. A developmental framework for Preschool, Primary, and Special education teachers*. Nueva York, NY: Teachers College Press.
- Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. En A. J. Baroody y A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills* (pp. 1-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. Barcelona, España: Editorial Graó.
- Carruthers, E. y Worthington, M. (2008). *Children's mathematics: Making marks, making meaning* (2ª edición). Londres, Reino Unido: Sage.
- Castro, E. (2008). Pensamiento numérico y Educación Matemática. En J. M. Cardeño y M. Peñas (Eds.), *Actas de las XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas* (pp. 23-32). Granada, España: Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI) (2010). *Common core state standards for mathematics*. Recuperado de http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Clements, D. H. (2004). Major themes and recommendations. En D. H. Clements, J. Sarama y A. M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics*:

- Standards for early childhood mathematics education* (pp. 7-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Nueva York, NY: Routledge.
- Coronata, C. (2014). *Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la educación infantil y elemental*. Tesis Doctoral. Universidad de Girona, España.
- De Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación infantil. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11, 59-77.
- Fuson, K. C., Clements, D. H. y Beckman, S. (2009a). *Focus in Prekindergarten: Teaching with curriculum focal points*. Reston, VA/Washington, DC: NCTM y NAEYC.
- Fuson, K. C., Clements, D. H. y Beckman, S. (2009b). *Focus in Kindergarten: Teaching with curriculum focal points*. Reston, VA/Washington, DC: NCTM y NAEYC.
- Hughes, M. (1982). Rappresentazione grafica spontanea del numero nei bambini [Representación gráfica espontánea del número en los niños]. *Età Evolutiva*, 12, 5-10.
- Kamii, C. K. (1985). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid, España: Aprendizaje Visor.
- Kamii, C. K. (1989). *Reinventando la aritmética II*. Madrid, España: Aprendizaje Visor.
- Kamii, C. K. (1994). *Reinventando la aritmética III. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid, España: Aprendizaje Visor.
- Lacasta, E. y Wilhelmi, M. R. (2008). Juanito tiene cero naranjas. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 403-414). Badajoz, España: SEIEM.
- Martí, E. (2003). *Representar el mundo externamente*. Madrid, España: Aprendizaje Visor.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. *BOE*, 5, 1016-1036
- National Association for the Education of Young Children y National Council for Teaching Mathematics (NAEYC y NCTM). (2002). Early childhood mathematics: Promoting good beginnings. A joint position statement. Recuperado de <http://www.naeyc.org/files/naeyc/file/positions/psmath.pdf>.
- National Research Council (NRC) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press.
- National Research Council (NRC) (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington, DC: The National Academies Press.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática* (M. Fernandez, Trad.). Granada, España: Servicio de Publicaciones de la SAEM Thales. (Traducido de Principles and Standards for School Mathematics, 2000, Reston, VA: NCTM).
- Piaget, J. y Szeminska, A. (1941). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Guadalupe.
- Pontecorvo, C. (1996). La notación y el razonamiento con números y nombres en el periodo preescolar y en la escuela primaria. *Infancia y Aprendizaje*, 74, 3-24.
- Resnick, L. B. (1992). From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge. *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching*, 19, 275-323.
- Resnick, L. B. (1994). Situated rationalism: Biological and social preparation for learning. En L. A. Hirschfield y S. A. Gelman (Eds.), *Mapping the mind. Domain specificity in cognition and culture* (pp. 474-493). Nueva York, NY: Cambridge University Press.
- Reys, B. J. y Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth and eighth grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225-237.
- Saracho, O. N. y Spodek, B. (Eds.) (2008). *Contemporary perspectives in mathematics in early childhood education*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Scheuer, N., Sinclair, A., Merlo, S. M. y Tièche, C. T. (2000). Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 31-50.
- Sinclair, A. (1991). Children's production and comprehension of written numerical representations. En K. Durkin y B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education* (pp. 59-68). Buckingham, Reino Unido: Open University Press.
- Tesch, R. (1990). *Qualitative research: Analysis types and software tools*. Nueva York, NY: The Falmer Press.
- Vallés, M. (1997). *Técnicas cualitativas de investigación social: reflexión metodológica y práctica profesional*. Madrid, España: Síntesis.
- Yang, D. C., Reys, R. y Reys, B. J. (2009). Number sense strategies used by preservice teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 383-403.

Ángel Alsina
Universidad de Girona
angel.alsina@udg.edu